

Fiche Technique **Meteodyn TopoWind**

1. LES EQUATIONS RESOLUES PAR *TopoWind*

1.1. Equations de Navier_Stokes

TopoWind résout les équations de la Mécanique des Fluides, qui sont les équations moyennées de conservation de la masse et de la quantité de mouvement (équations de Navier-Stokes) :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \quad (2.1)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \overline{uv}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} \quad (2.2)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{vw}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial z} \quad (2.3)$$

U , V , W sont les composantes du vecteur vent moyen dans le repère cartésien (x, y, z) où x et y sont les coordonnées horizontales et z la coordonnée verticale. P est la valeur moyenne de la pression et ρ la densité de l'air.

1.2. Modélisation de la Turbulence

Les flux turbulents \overline{uv} , \overline{uw} , \overline{vw} , $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$ sont paramétrés à l'aide de la notion de viscosité turbulente, avec l'hypothèse d'une relation de proportionnalité entre ces corrélations et les gradients des variables moyennes. On a alors :

$$-\overline{uv} = -\nu_T \frac{\partial U}{\partial y} \quad , \quad -\overline{uw} = -\nu_T \frac{\partial U}{\partial z} \quad , \quad -\overline{vw} = 0 \quad (3)$$

La viscosité turbulente est classiquement considérée comme le produit d'une échelle de longueur et d'une échelle de vitesse, toutes deux caractéristiques des fluctuations de la turbulence.

L'échelle de vitesse est donnée par la racine carrée de l'énergie cinétique turbulente k . On a :

$$\nu_T = k^{1/2} L_T \quad (4)$$

L'énergie cinétique turbulente est une variable du système, résolue par une équation de transport, incluant la production et la dissipation de turbulence. Cette équation s'écrit:

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (5)$$

La production P_k et la dissipation ε sont calculées par:

$$P_k = \nu_T \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_j}{\partial x_j}$$

$$\varepsilon = C_\mu \frac{\nu_T}{L_T} k$$

avec:

$$C_\mu = S_m / 4.15$$

S_m est une fonction de stabilité donnée par:

$$S_m = 1.96 \frac{(0.1912 - R_{if})(0.2341 - R_{if})}{(1 - R_{if})(0.2231 - R_{if})}, \text{ si } R_{if} < 0.16$$

et prenant la valeur 0.085 pour les cas de très forte stabilité ($R_{if} > 0.16$)

R_{if} est le nombre de Richardson de flux, représentatif de la stratification thermique

L'échelle de turbulence L_T est calculée selon le modèle de Yamada and Arritt [20], qui prend en compte les effets de stratification thermique. On a:

$$L_T = \sqrt{2} S_m^{3/2} l$$

La longueur de mélange l est le produit de constante de von Karman κ , égale à 0.41, et de la hauteur z , limitée à la valeur $l_0 = 100$ m. D'où:

$$\frac{1}{l} = \left[\frac{1}{l_0} + \frac{1}{\kappa z} \right]$$

1.3 Conditions aux limites

Conditions d'entrée

Le profil de vitesse de vent en entrée du domaine est donné par la loi logarithmique dans la couche de surface puis par la loi d'Ekman dans la couche limite [16]

Conditions au sol

Le frottement au sol a pour effet d'introduire un terme « puits » dans les équations de quantité de mouvement pour les mailles inférieures. Grâce à la théorie de Monin-Obukhov, ce terme peut-être calculée par la loi logarithmique en fonction de la vitesse moyenne du vent au 1^{er} niveau de grille, et en fonction de la rugosité du site. La condition nécessaire à l'application de la loi logarithmique est que le point de calcul (centre de la première maille) soit situé à une distance du sol supérieure à 60 fois la longueur de rugosité. L'équation de transport de quantité de mouvement devient alors:

$$\rho \frac{DU}{Dt} = -\nabla p + \nabla \tau - \rho \cdot C_d \cdot U|U|$$

Où C_d est le coefficient de frottement surfacique, calculé d'après la rugosité locale du terrain, à l'aide de la théorie de Monin-Obukhov.

En ce qui concerne l'énergie cinétique turbulente, on considère, dans l'équation de transport, que la production est égale à la dissipation (équilibre interne de la couche limite) et le flux diffusif à travers le sol est pris égal à 0. Ainsi, la production de turbulence par le frottement au sol est créée par le gradient vertical de vitesse.

Modélisation de la canopée

Les effets de canopée (forte rugosité: bois, forêts, zones habitées,...) sont inclus dans le modèle par l'introduction d'un terme "puits" de quantité de mouvement dans les cellules à l'intérieur de la canopée. Ce terme agit comme une force de traînée et permet de modéliser correctement à la fois le profil de vent dans le sillage de la canopée, et au-dessus de celle-ci. On écrit:

$$\rho \frac{DU}{Dt} = -\nabla p + \nabla \tau - \rho \cdot C_d^v \cdot U|U|$$

Où C_d^v est un coefficient de traînée columique, proportionnel à la densité de la canopée (feuillage, arbres, etc...)

De plus, le calcul de la longueur de mélange l est modifié en utilisant:

$$\frac{1}{l} = \left[\frac{1}{l_0} + \frac{1}{\kappa d} \right] \text{ à l'intérieur de la canopée d'épaisseur } d .$$

Finalement, la dissipation de turbulence à l'intérieur de la canopée est modifiée comme suit:

$$\varepsilon = \max \left[C_{\mu} \frac{v_T}{L_T^2} k, C_d^v |U| k \right]$$

Limites supérieure, latérales et de sortie

Des conditions de symétrie sont appliquées aux limites latérales du domaine de calcul, tandis qu'à la limite supérieure et en sortie, la pression est considérée comme uniforme.

1.4 Calcul de l'intensité de turbulence

L'intensité de turbulence est définie comme le rapport entre l'écart-type des fluctuations de la vitesse et la moyenne du module de la vitesse. Dans **TopoWind** elle est définie comme le rapport entre la racine carrée de l'énergie cinétique turbulente calculée et de la vitesse moyenne calculée localement.

2. GENERATION DE MAILLAGE

Etape 1 : Génération du maillage de surface

Création d'une grille cartésienne avec raffinement aux « points résultats » et contrôle de la croissance des points de grille (facteur d'expansion, rapport d'aspect des mailles pour une meilleure convergence)

Etape 2 : Génération du maillage volumique

- Création « plan par plan » depuis le maillage de surface
- Contrôle de l'orthogonalité des lignes par rapport à la surface du sol.
- Contrôle elliptique de la distance entre lignes « verticales »
- Optimisation du couple (orthogonalité/verticalité)

3. SOLVEUR MIGAL

Le solveur MIGAL, développé par la société MFRDC est utilisé régulièrement depuis quelques années, et a été validé de façon complète sur un certain nombre de cas classiques ([1,2]).

MIGAL est un solveur itératif d'équations linéaires qui met à jour **simultanément** les composantes de la vitesse du vent ainsi que la pression sur le domaine de calcul entier à chaque itération : C'est ce qu'on appelle une résolution « couplée ». Cette méthode, si elle demande davantage de capacité de stockage en mémoire vive, présente l'avantage d'accélérer considérablement le processus de convergence.

L'ensemble des équations discrétisées, représenté par un système matriciel, fait l'objet d'une décomposition LU incomplète de type ILU(0). Afin d'améliorer la robustesse de la résolution un pré-conditionnement est effectué dans le but d'augmenter les termes de la diagonale principale. Un pré-conditionneur de type GMRES peut également être utilisé.

De plus, MIGAL utilise une procédure de résolution multi-grille. Ce concept consiste à résoudre successivement les équations sur différents niveaux de grille (de la plus fine à la plus grossière), ce qui permet une convergence beaucoup plus rapide des basses fréquences de fluctuations, qui sont les éléments qui convergent le plus lentement. Pour le type de problème effectué, les tests effectués ont donné une convergence plus rapide pour le parcours des grilles par un processus de « cycle en V » plutôt que de « cycle en W ». Le nombre de niveaux de grilles est automatiquement calculé par MIGAL.

Par rapport à des méthodes monogrilles découplées, le gain en rapidité de convergence est d'un facteur compris entre 5 et 10.

4. METHODES D'INTERPOLATION

Interpolation des données d'altitude

L'interpolation aux points de la grille surfacique est réalisée par une méthode originale de « lancer de rayon » permettant d'éviter les aberrations toujours possibles dans les méthodes de type Spline.

Interpolation des données de rugosité

La recherche des points de rugosité est effectuée par la même méthode que pour les points d'altitude. En revanche, la valeur affectée au point de grille est la valeur du point de rugosité le plus proche.

Interpolation des résultats

La technique d'interpolation aux points de résultats, des valeurs obtenues sur le maillage de calcul a été développée par **Metedyn** sur la base du respect des équations de la couche limite atmosphérique. Elle présente les avantages suivants :

- prise en compte des différences entre les échelles verticales et horizontales dans la couche limite atmosphérique
- rapidité grâce à l'algorithme original développé
- prise en compte des caractéristiques du terrain pour l'interpolation dans la direction verticale.

5. VALIDATIONS

5.1 IMPLEMENTATION DES CONDITIONS AUX LIMITES / LOIS DE FROTTEMENT AU SOL

Cette vérification a été réalisée à l'aide de cas tests : développement d'une couche limite le long d'une plaque plane, de différentes rugosités, avec ou sans changement de rugosité. Les profils théoriques classiques sont bien obtenus aussi bien pour la vitesse moyenne que pour l'intensité de turbulence

5.2 COLLINES BI-DIMENSIONNELLES

On compare à des essais en soufflerie [10] sur une colline gaussienne bidimensionnelle de hauteur h de 115m et de largeur totale L d'environ 900 m. On constate un très bon accord entre les mesures et le résultat du code **TopoWind**. (Figure 1)

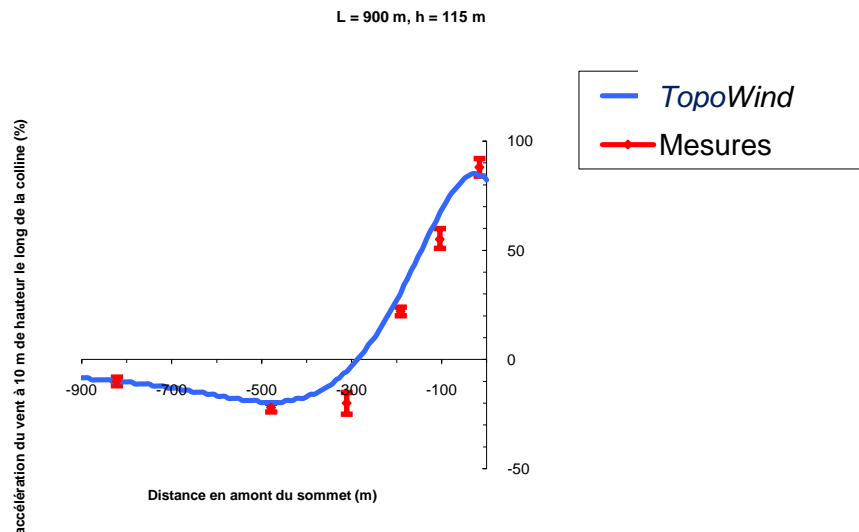


Figure 1: Colline 2D gaussienne : Comparaison entre mesures [10] et calculs du code **TopoWind**.

5.3 COMPARAISON AVEC DES MESURES SUR SITE : COLLINE D'ASKERVEIN

L'écoulement atmosphérique autour de la colline d'Askervein est un cas standard de validation, car très bien documenté, des mesures à 10 m de hauteur ayant été effectuées sur des lignes transversales et longitudinales à la colline [11,12]. Le relief est disponible sur un rayon de 5 km autour de la colline, à raison d'un point tous les 50 m. La colline est en forme d'ellipse, son grand axe mesure 2 Km, le petit 1 Km et s'élève à une hauteur de 126 m.

Des tests sur l'influence du maillage (ainsi que sur la dimension du domaine, ont montré qu'un domaine de calcul d'un rayon de 4000 m, ainsi qu'une résolution de 25 m en horizontal et 4 m en vertical reproduit correctement l'écoulement à 10 m de hauteur. Pour un tel cas, le nombre de points de calcul est de 1 million. La convergence est obtenue en 30 minutes avec un processeur 3 GHz. (Figure 2)

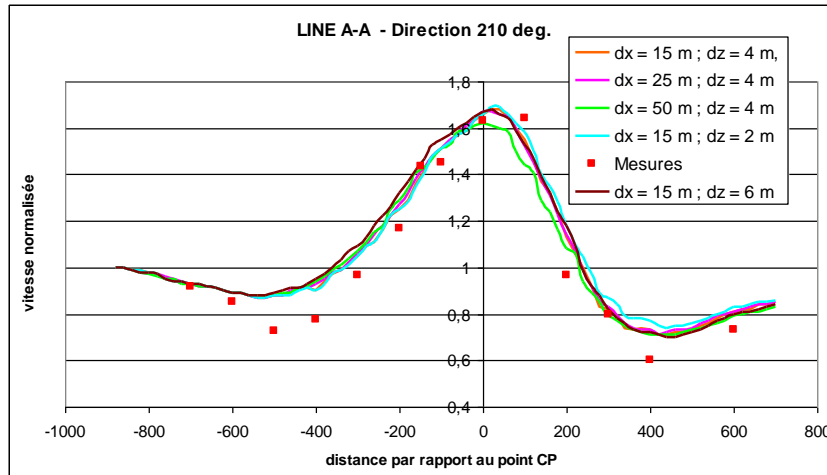


Figure 2: Comparaison entre mesures et calculs du code **TopoWind** pour différents types de maillage

Tests des effets de maillage

Les figures suivantes (Figure 3, 4 et 5) montrent, pour la direction 210 degrés, et les différentes lignes de mesure, la comparaison des résultats de **TopoWind** avec les mesures de vitesse de vent sur le site.

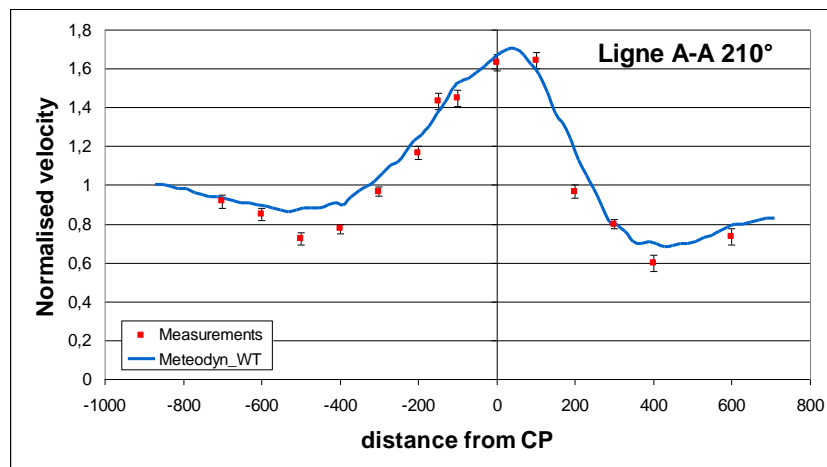


Figure 3: Comparaison entre mesures et calculs du code **TopoWind** pour la ligne de mesures A-A et pour la direction 210°

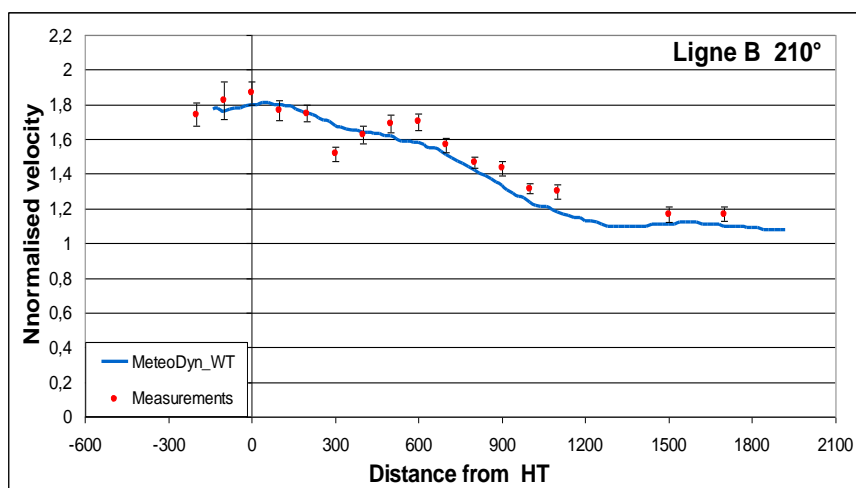


Figure 4: Comparaison entre mesures et calculs du code **TopoWind** pour la ligne de mesures B et pour la direction 210°

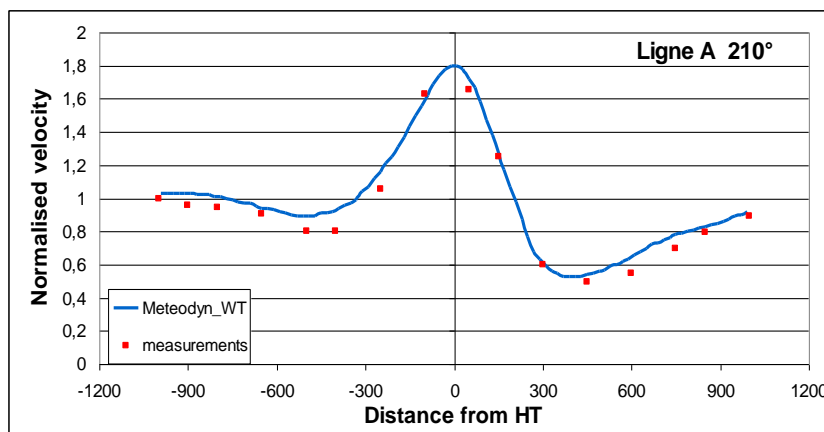


Figure 5: Comparaison entre mesures et calculs du code **TopoWind** pour la ligne de mesures A et pour la direction 210°

5.4 Cas Test: Grande Ravine – Ile de la Réunion (Océan Indien)

Les vitesses moyennes du vent sur le site de la Grande Ravine à la Réunion, ont été estimées par **TopoWind** le long du profil du futur viaduc et comparées aux mesures effectuées en soufflerie par le CSTB (Figure 6).

Cette comparaison illustre les capacités de **TopoWind** à reproduire de façon précise l'écoulement du vent sur les terrains les plus escarpés.

La comparaison avec les essais souffleries montre que **TopoWind** peut reproduire l'écoulement du vent sur des terrains escarpés.



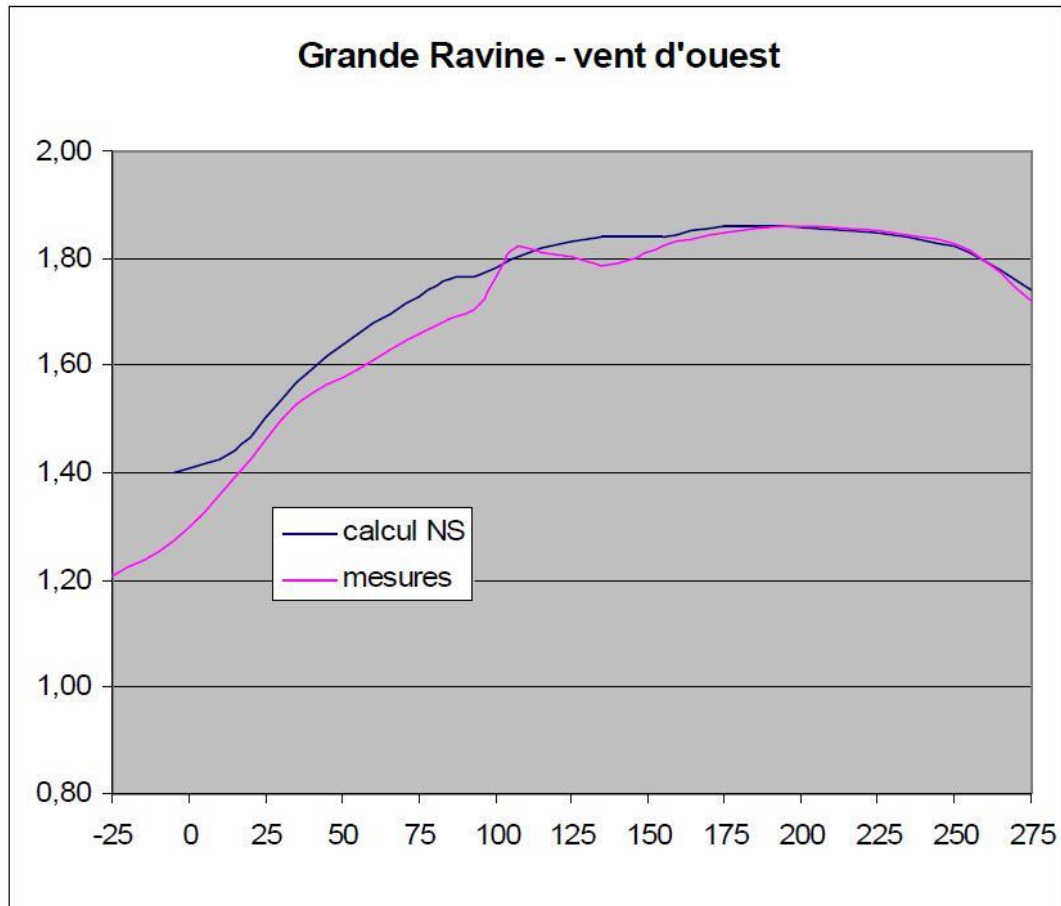


Figure 6: Comparaisons des vitesses moyennes mesurées et calculées avec **TopoWind** le long du viaduc de la grande Ravine (Vitesses normalisées)

REFERENCES

- [1] Ferry M., 2000, "The MIGAL solver", Proc. Of the Phoenix Users Int. Conf., Luxembourg, 2000
- [2] Ferry M., 2002, "New features of the MIGAL solver", Proc. Of the Phoenix Users Int. Conf., Moscow, Sept. 2002
- [3] Duynkerke P.G., 1988, "Application of the E-e turbulence closure model to the neutral and stable atmospheric layer", vol. 45, 5, pp 865-880
- [4] H. Panofsky, J. A. Dutton, 1983 "Atmospheric turbulence, Models and Methods for Engineering Applications", University Park, Pennsylvania.
- [5] J.R. Garratt, 1992, *The Atmospheric Boundary Layer*, Cambridge University Press
- [6] CSTB, 1995, *Traité de Physique du Bâtiment, Tome 1 , Connaissances de base* , Editions CSTB, Paris
- [7] Eurocode 1, 2000, *Actions du vent et de la neige sur les structures*, AFNOR Paris.
- [8] P.A. Taylor, R.I. Sykes, P.J. Mason, 1989, On the parameterization of drag over small-scale topography in neutrally-stratified boundary-layer flow, *Boundary-Layer Meteorol.*, 48 (1989) 409-422
- [9] A.J Bowen, 1983, *The prediction of mean wind speeds above simple 2D hill shapes*, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*.
- [10] O. Zeman, N. O. Jensen, 1987, *Modification of turbulence characteristics in flow over hills*, *Q.J.R. Meteorology Society*, vol 113., pp 55-80
- [11] Taylor et Teunissen, 1986, *The Askervein Hill project : overview and background data*, Atmospheric Environment Service, Downsview, Ontario, Canada
- [12] J.R.Slamon, A.J. Bowen, A.M. Hoff, R. Johnson, R.E. Mickle, P.A.Taylor, G. Tetzlaff and J.L. Walmsley , 1987, *The Askervein hill project :mean wind variations at fixed heights above ground*
- [13] La Compagnie du Vent, 2004, *Tests du code de calcul Meteodyn_WT sur le site de Koudia*, rapport interne
- [14] Businger J.A., Wingaard J.C., Izumi, Y., Bradley E.F., 1971, *Flux profile relationships in the atmospheric boundary layer*, *J. Atmos. Sci.*, vol.28, 181-189.
- [15] Monin A.S. and Yaglom A.M., 1973, *Statistical Fluid Mechanics*, Volume 1, MIT Press, Cambridge, UK.
- [16] J.R. Garratt (1992) *The atmospheric boundary layer*, Cambridge Atmospheric and space sciences series.

[17] H.A. Panofsky, J.A. Dutton (1983) *Atmospheric turbulence, Models and Methods for Engineering Applications*, University Park, Pennsylvania.

[18] P.A. Taylor and H.W. Teunissen (1986) *The Askervein Hill project : overview and background data*, Atmospheric Environment Service, Downsview, Ontario, Canada

[19] Numerical Fluid Dynamics